S si

Cinématique :

Cir, équiprojectivité, composition de mouvements

CI.5

SYNTHESE

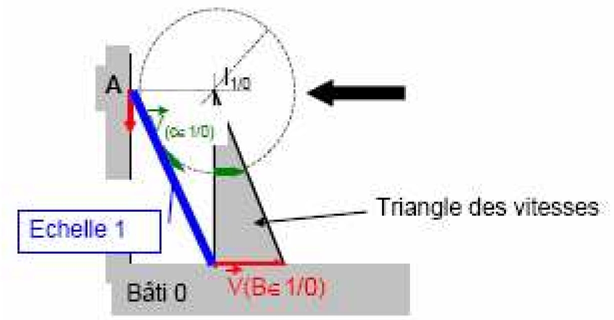
I. Centre Instantané de Rotation (CIR)

Pour tout solide S en mouvement plan par rapport à un solide de référence S0, il existe à chaque instant t, un point I, dont la vitesse est nulle et qui peut être considéré comme le centre de rotation à l'instant t.

Ce point I est appelé le Centre instantané de Rotation du solide.

$\boxed{\vec{V}(I \in S/S_0) = \vec{0}}$ à l'instant t

Exemple : soit une échelle (1) en train de glisser le long d'un mur (0)



Ce CIR se situe à l'intersection des perpendiculaires aux vecteurs vitesse des points du solide.

A l'instant t, le mouvement du solide 1 par rapport à 0 est assimilable à une rotation autour du CIR $I_{1/0}$

On peut en déduire la vitesse de n'importe quel point C du solide 1.

Le vecteur $\overrightarrow{V_{(C\in 1/0)}}$ a pour caractéristiques :

point d'application : C
direction : perpendiculaire au rayon IC
sens : celui du mouvement.
intensité : proportionnelle au rayon IC

$\boxed{\|\vec{V}_{(C\in 1/0)}\| = IC \times \omega_{1/0}}$

$\omega_{1/0}$ est la vitesse angulaire de rotation à l'instant t. Elle se calcule à partir du triangle des vitesses construit au point B (par exemple).

Dans un mouvement de rotation, la vitesse d'un point est proportionnelle à sa distance au centre de rotation (CIR).

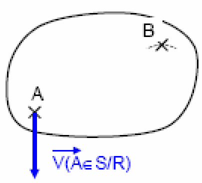
On en déduit donc que $\boxed{\|\vec{V}_{(B\in 1/0)}\| = IB \times \omega_{1/0}}$

donc $\boxed{\omega_{1/0} = \dfrac{\|\vec{V}_{(B\in 1/0)}\|}{IB} = \dfrac{\|\vec{V}_{(C\in 1/0)}\|}{IC}}$

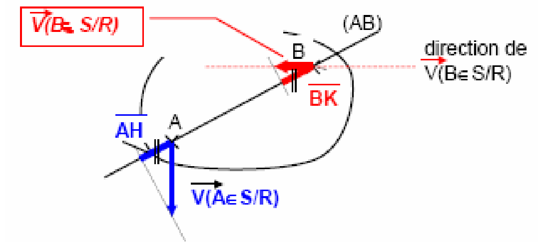
Attention: ce CIR $I_{1/0}$ est unique à l'instant t considéré, mais sa position change d'un instant à l'autre.

II. Equiprojectivité

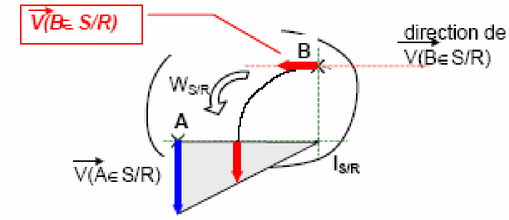
L'équiprojectivité permet de déterminer le vecteur vitesse d'un point d'un solide, si l'on connaît **sa trajectoire** (à l'instant t) et le vecteur **vitesse d'un autre point du solide**.



- Tracer la droite (AB)
- Projeter le vecteur $\vec{V}(A\in S/R)$ sur la droite (AB) ➡ $\overline{AH}$
- En déduire la valeur $\overline{BK} = \overline{AH}$
- Connaissant la direction du vecteur $\vec{V}(B\in S/R)$ tangent à la trajectoire, en déduire le vecteur $\vec{V}(B\in S/R)$



Nous pouvons traiter cet exemple avec la méthode du cir



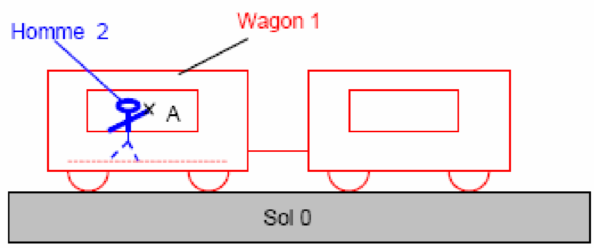
- Détermination de la direction du vecteur $\vec{V}(B\in S/R)$.
- Tracé du CIR $I_{S/R}$ à l'intersection des perpendiculaires aux vecteurs vitesse.
- Tracé du triangle des vitesses correspondant à la répartition des vitesses.

$\boxed{\|\vec{V}_{(A\in 1/0)}\| = IA \times \omega_{S/R}}$

$\boxed{\omega_{S/R} = \dfrac{\|\vec{V}_{(A\in 1/0)}\|}{IA} = \dfrac{\|\vec{V}_{(B\in S/R)}\|}{IB}}$ $\omega_{S/R}$ vitesse de rotation autour du point $I_{S/R}$

- En déduire la vitesse $\|\vec{V}(B\in S/R)\| = IB \times \omega_{S/R}$

III. Composition de mouvements



Soit le point A appartenant au solide 2, en mouvement par rapport au solide 1, lui-même en mouvement par rapport au solide 0.

La relation de composition des vecteurs vitesse linéaire au point A s'écrit :

$$\boxed{\vec{V}(A\in 2/0) = \vec{V}(A\in 2/1) + \vec{V}(A\in 1/0)}$$

$\vec{V}(A\in 2/0)$: vitesse absolue	(100 + 6 = 106 km/h)
$\vec{V}(A\in 2/1)$: vitesse relative	(+6 km/h)
$\vec{V}(A\in 1/0)$: vitesse d'entraînement	(+100 km/h)